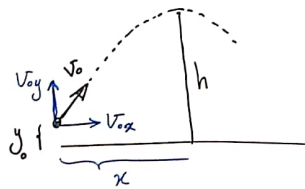


۳۱ فصل ۴) $h = 15 \text{ m}$, $x = 4 \text{ m}$, $y_0 = 1 \text{ m}$, $V_0 = ?$



می‌خواهیم توپ درست از روی مانع عبور کند. کمیت لفظ اوج توپ با ارتفاع مانع متایه شود.

$$V_y^2 - V_{0y}^2 = -2g(y - y_0) \xrightarrow{\text{اوج توپ برآید}} 0 - V_{0y}^2 = -2(10)(15 - 1) \rightarrow V_{0y} = \sqrt{280} = 14,14 \text{ m/s}$$

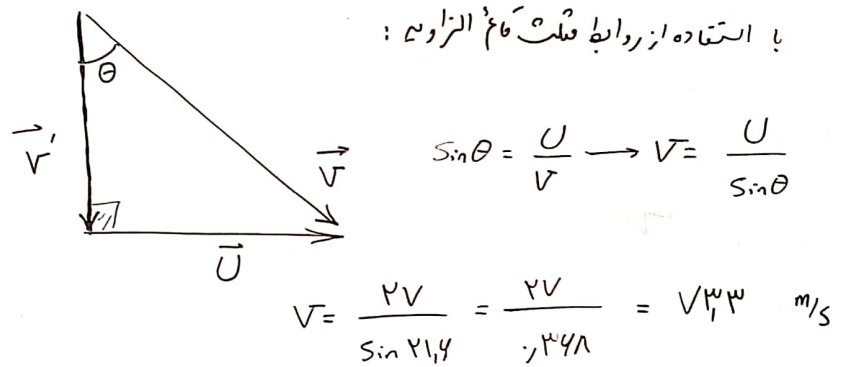
زمان رسیدن به مانع: $V_y - V_{0y} = -gt \rightarrow 0 - 14,14 = -10 \cdot t \rightarrow t = 1,414 \text{ s}$

$$x = V_{0x} t \rightarrow V_{0x} = \frac{x}{t} = \frac{4}{1,414} = 2,83 \text{ m/s}$$

$$V_0 = \sqrt{V_{0x}^2 + V_{0y}^2} \rightarrow V_0 = \sqrt{(2,83)^2 + 280} = 17,1 \text{ m/s}$$

۳۵
فصل ۴

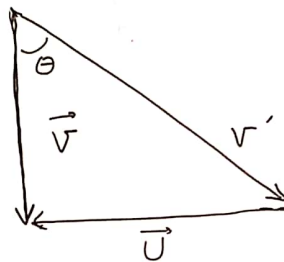
۱) افقی $U = ۲۷ \text{ m/s}$ ، $\vec{V}$ با $\vec{U}$ زاویه $۲۱,۴^\circ$ می‌زند ، $\vec{V}'$ قائم است .
 $V = ?$



۳۲
فصل ۴)

گام $V = 1 \text{ m/s}$ ، افقی $U = 72 \text{ km/h} = 20 \text{ m/s}$ ، $\theta = ?$

$$\vec{V} = \vec{V}' + \vec{U}$$



از روابط مثلث گام الزاویه :

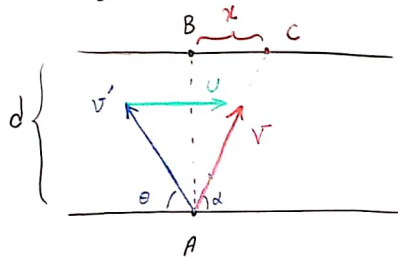
$$\tan \theta = \frac{U}{V} = \frac{20}{1} = 20$$

از دید راسته بارس برکت با استاندارد گام زاویه 48° می سازد. $\theta = \tan^{-1}(20) = 48^\circ$

۲۲
فصل ۴

$d = 500 \text{ m} = 1/5 \text{ km}$ عرض رودخانه ، $V' = 3 \text{ km/h}$ سرعت قایق ، $U = 2 \text{ km/h}$ سرعت آب ، $W = 5 \text{ km/h}$ سرعت راه رفتن

الف) مسیر برای کمترین زمان ؟ ب) زمان حرکت ؟



$$\vec{V} = \vec{V}' + \vec{U} \rightarrow \begin{cases} U - V' \cos \theta = V \sin \alpha \\ V' \sin \theta = V \cos \alpha \end{cases}$$

اگر t_1 زمان عبور از عرض رودخانه و t_2 زمان راه رفتن کن، رودخانه باشد :

$$d = V \sin \alpha \cdot t_1 \rightarrow t_1 = \frac{d}{V \sin \alpha} = \frac{d}{V' \sin \theta}$$

$$x = V \cos \alpha \cdot t_1 = (U - V' \cos \theta) \frac{d}{V' \sin \theta} \rightarrow t_2 = \frac{(U - V' \cos \theta) d}{W V' \sin \theta}$$

$$x = W t_2 \rightarrow t_2 = \frac{x}{W}$$

$$t = t_1 + t_2 = \frac{d}{V' W} \left(\frac{W + U - V' \cos \theta}{\sin \theta} \right)$$

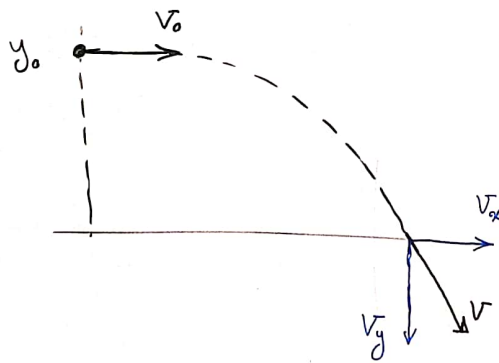
شرطاً مینیمم
میشود

$$\frac{dt}{d\theta} = 0 \rightarrow \frac{V' \sin^2 \theta - \cos \theta (W + U - V' \cos \theta)}{\sin^3 \theta} = 0 \rightarrow V' \sin^2 \theta + V' \cos^2 \theta - \cos \theta (W + U) = 0 \rightarrow \cos \theta = \frac{V'}{U + W} = \frac{3}{5} \rightarrow \theta = \cos^{-1} \left(\frac{3}{5} \right) = 49.4^\circ$$

باید بازایه 49.4° نسبت به ساحل، خلاف جهت آب حرکت کند.

$$t = \frac{d}{V' W} \left(\frac{W + U - V' \cos \theta}{\sin \theta} \right) = \frac{1/5}{3(5)} \left(\frac{5 + 2 - 3 \cos 49.4}{\sin 49.4} \right) = 0.21 \text{ h}$$

فصل ۳) $\frac{y_0}{2}$ افقی $\theta = 0$, $y_0 = 2 \text{ m}$, $y = 0$, $V = 3V_0 \rightarrow V_0 = ?$



$$\theta = 0 \rightarrow \begin{cases} V_{0x} = V_0 \cos \theta = V_0 \\ V_{0y} = V_0 \sin \theta = 0 \end{cases}$$

$$V = 3V_0 \rightarrow \sqrt{V_x^2 + V_y^2} = 3V_0$$

$$V_x^2 + V_y^2 = 9V_0^2 \xrightarrow{V_x = V_{0x} = V_0} V_0^2 + V_y^2 = 9V_0^2 \xrightarrow{\textcircled{1}} V_y^2 = 8V_0^2$$

از طرفی : $V_y^2 - V_{0y}^2 = -2g(y - y_0) \rightarrow V_y^2 - 0 = -2(10)(0 - 2) \rightarrow V_y^2 = 40 \text{ } \textcircled{2}$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \rightarrow 8V_0^2 = 40 \rightarrow V_0^2 = 5 \rightarrow V_0 = \sqrt{5} = 2.24 \text{ m/s}$$

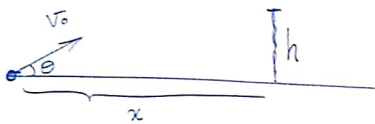
$\frac{18}{\text{فعل ٢}}$, $t_1 = 9.5$, $t_2 = 4.5$, $t = ?$
 بله متوقف شخص متحرك , بله متحرك شخص متوقف

$l = \text{مسافت طی شده}$, $v' = \frac{l}{t_1}$, $U = \frac{l}{t_2}$

$\vec{V} = \vec{V}' + \vec{U} \xrightarrow{\text{جهت}} V = v' + U \rightarrow \frac{l}{t} = \frac{l}{t_1} + \frac{l}{t_2} \rightarrow \frac{1}{t} = \frac{1}{t_1} + \frac{1}{t_2}$

$\frac{1}{t} = \frac{1}{9.5} + \frac{1}{4.5} = \frac{2+3}{18.0} \rightarrow t = \frac{18.0}{5} = 3.6 \text{ s}$

۱۵
۴ فصل) $V_0 = ۲۵ \text{ m/s}$, $y_0 = 0$, $h = ۳,۵ \text{ m}$, $x = ۵. \text{ m}$, در چه گستره‌ای از زوایا



$$y - y_0 = -\frac{g x^2}{2 V_0^2 \cos^2 \theta} + x \tan \theta$$

شرط اینکه توپ از مانع بگذرد، این است که $y > h$ باشد.

$$y = \frac{-1.0 (\omega)^2}{2 (۲۵)^2 \cos^2 \theta} + ۵. \tan \theta > ۳,۵ \rightarrow \frac{-۲.}{\cos^2 \theta} + ۵. \tan \theta - ۳,۵ > 0 \quad , \quad \frac{1}{\cos^2 \theta} = 1 + \tan^2 \theta$$

$$\rightarrow -۲. (1 + \tan^2 \theta) + ۵. \tan \theta - ۳,۵ > 0 \rightarrow -۲. \tan^2 \theta + ۵. \tan \theta - ۳,۵ > 0 \quad , \quad \tan \theta = x \rightarrow -۲. x^2 + ۵. x - ۳,۵ > 0 \rightarrow A = 0$$

$$x = \frac{-۲۵ \pm \sqrt{4۲۵ - ۴۹۱}}{-۲.}$$

$$\begin{cases} x_1 = ۲,۹۱ \\ x_2 = ۱,۸۹ \end{cases}$$

$$\begin{array}{c|cccc} x & -\infty & ۲,۹۱ & ۱,۸۹ & +\infty \\ \hline A & - & + & - & \end{array}$$

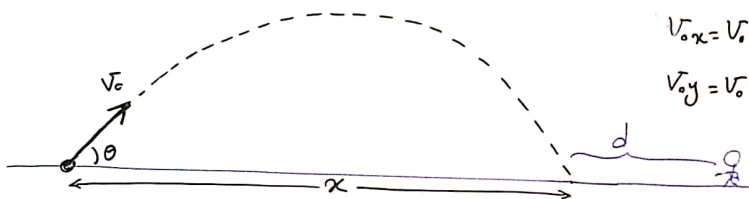
$$\rightarrow ۲,۹۱ < x < ۱,۸۹$$

$$\rightarrow ۲,۹۱ < \tan \theta < ۱,۸۹ \rightarrow ۳۱,۴ < \theta < ۹۲,۱$$

۱۳
فصل ۴

$y_0 = 0, \quad v_0 = 20 \text{ m/s}, \quad \theta = 45^\circ, \quad l = 54 \text{ m}, \quad v_{0x} = 0, \quad a_{\min} = ?$

توب را قبل از برخورد به زمین بگیرد.



$$v_{0x} = v_0 \cos \theta = 20 \cos 45 = 10\sqrt{2} \approx 14 \text{ m/s}$$

$$v_{0y} = v_0 \sin \theta = 20 \sin 45 = 10\sqrt{2} \approx 14 \text{ m/s}$$

ابتدا برد توب و زمان حرکت آن را بدست می آوریم.

$$\Delta y = -\frac{1}{2}gt^2 + v_{0y}t \rightarrow 0 = -5t^2 + 14t \rightarrow t = 0 \text{ و } t = 2.8 \text{ s}$$

$$x = v_{0x}t = 14(2.8) = 39.2 \text{ m}$$

$$l = x + d \rightarrow d = l - x = 54 - 39.2 = 14.8 \text{ m}$$

نتیجه که دروازه باید طی کند.

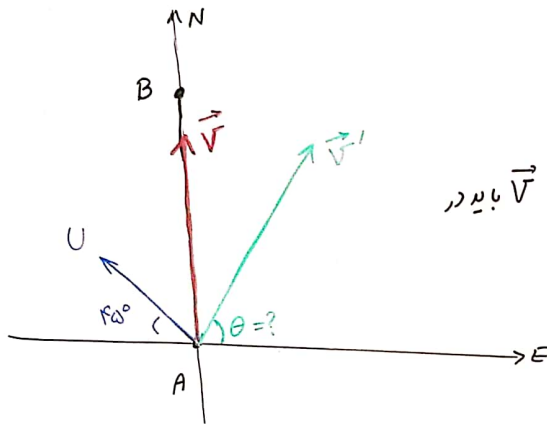
دروازه باید همانجا بماند تا توب، بتواند به دست

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_{0x}t \rightarrow 14.8 = \frac{1}{2}a(2.8)^2 + 0 \rightarrow a = 3.71 \text{ m/s}^2$$

را می کنند تا توب را در لحظه برخورد به زمین بگیرد.

۱۱) $\Delta x = AB = 250 \text{ km}$, $V' = 180 \text{ km/h}$, $U = 40 \text{ km/h}$ از جنوب شرق
 (A شمال B)
 فاصل ۴

سخت پرواز و مدت سفر = ؟



$$\vec{V} = \vec{V}' + \vec{U}$$

چون هواپیما نسبت به زمین باید در جهت جنوب به شمال حرکت کند، پس $\vec{V}$ باید در جهت شمال باشد.

$$V_x = V'_x + U_x \rightarrow 0 = V' \cos \theta - U \cos 45^\circ$$

$$0 = 180 \cos \theta - 40 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \rightarrow \cos \theta = 0.1234 \rightarrow \theta = 79.4^\circ$$

هواپیما باید با زاویه 79.4° در جهت شمال شرق پرواز کند تا به مقصد (نقطه B) برسد.

$$V_y = V'_y + U_y \rightarrow V = V' \sin \theta + U \sin 45^\circ$$

$$V = 180 \sin(79.4^\circ) + 40 \sin(45^\circ) = 217.4 \text{ km/h}$$

$$\Delta x = V t \rightarrow t = \frac{\Delta x}{V} = \frac{250}{217.4} = 1.15 \text{ h}$$

9
فصل ٢)

$$x = 2.0 \text{ m}, \quad \Delta y = 0, \quad \theta = 37^\circ, \quad v_0 = ?$$

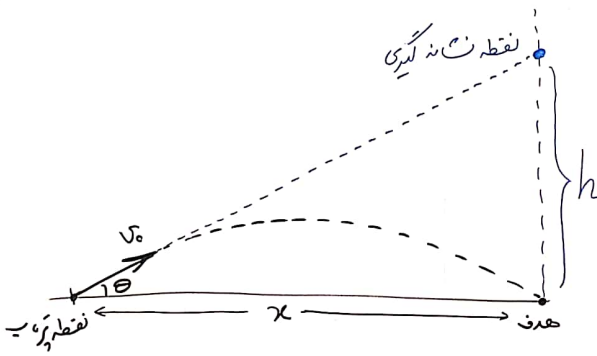
معادله مسير :

$$y - y_0 = \frac{-g x^2}{2 v_0^2 \cos^2 \theta} + x \tan \theta \rightarrow 0 = \frac{-10 (2.0)^2}{2 v_0^2 (0.79)^2} + 2.0 \left(\frac{0.75}{0.79} \right)$$

$$v_0^2 = \frac{400}{2 (0.79)^2 (10)} = 101.3 \rightarrow v_0 = 10.1 \text{ m/s}$$

4
فصل ۲)

$$x = 10 \text{ m} , \Delta y = 0 , V_0 = 30 \text{ m/s} , h = ?$$



$$\text{معادله: } y - y_0 = \frac{g x^2}{2 V_0^2 \cos^2 \theta} + x \tan \theta = 0$$

$$(x=0) \quad x = \frac{2 V_0^2 \cos^2 \theta \tan \theta}{g} = \frac{V_0^2 \sin 2\theta}{g}$$

$$10 = \frac{(30)^2 \sin 2\theta}{10} \rightarrow \sin 2\theta = \frac{1}{9} \rightarrow 2\theta = \sin^{-1}\left(\frac{1}{9}\right) = 6.34^\circ$$

$$\theta = \frac{6.34}{2} = 3.17^\circ \rightarrow \tan \theta = \frac{h}{x} \rightarrow h = x \tan \theta = 10 \tan(3.17^\circ) = 0.55 \text{ m}$$

السرعة
المطلوبة

$$y_0 = 100 \text{ m} , \quad \theta = 30^\circ \text{ بالأسفل} , \quad x = 500 \text{ m} , \quad y = 0 , \quad v_0 = ?$$

معادلة المسير:

$$y - y_0 = \frac{-g x^2}{2 v_0^2 \cos^2 \theta} + x \tan \theta \rightarrow 0 - 100 = \frac{-10 (500)^2}{2 v_0^2 \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2} + 500 \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

$$v_0^2 = \frac{500000}{1144} = 437.1 \rightarrow v_0 = \sqrt{437.1} = 20.9 \text{ m/s}$$

$V_0 = 10 \text{ m/s}$, $\theta = 37^\circ$ زير افق , $t = 3 \text{ s}$, $y = 0$ زمين

(الف) $x = ?$

$V_{0x} = V_0 \cos \theta = 10 \cos 37^\circ = 8 \text{ m/s}$, $V_{0y} = -V_0 \sin \theta = -10 \sin 37^\circ = -6 \text{ m/s}$

$x = V_{0x} t = 8(3) = 24 \text{ m}$ ← بخاطر زير افق بودن

(ب) $y_0 = ?$

$y - y_0 = -\frac{1}{2} g t^2 + V_{0y} t \rightarrow 0 - y_0 = -\frac{1}{2}(10)(3)^2 + (-6)(3) \rightarrow y_0 = 4.5 \text{ m}$

(ج) $\Delta y = -10 \text{ m}$, $t_1 = ?$

$\Delta y = -\frac{1}{2} g t_1^2 + V_{0y} t_1 \rightarrow -10 = -5 t_1^2 - 6 t_1 \rightarrow 5 t_1^2 + 6 t_1 - 10 = 0$

$t_1 = \frac{-6 \pm \sqrt{36 + 200}}{10}$ $\left\{ \begin{array}{l} t_1 = 0.94 \text{ s} \checkmark \\ t_1 = -2.1 \text{ s} \times \text{غیر قابل}$

